和算と現代数学とのつながり

理数科２年　顔　忍　都田　拓也　松岡　龍史
梅田　侑子　友松　明日香

１　主題設定の理由

私たちは今、数学（現代数学）を学んでいるが外国からこれが伝わる前に日本には日本独特の「和算」というものがあった。けれども、「和算」は今ではほとんど見ることがない。日本は古来の文化を重んじ、尊重する国である。なのにどうして「和算」はなくなってしまったのか。そもそも「和算」とは一体どのようなものなのか。現代数学と比較しながら、調べていきたいと思う。

２　仮設

・和算は約 400 年前に使われていたものなので現在では使われていない。
・現在の数学とは解法が異なっている。
・和算がなくなったのは、証明が難しく、複雑なものだったからではないか。

３　和算とは

江戸時代になると、貨幣経済が確立する過程になり、日常生活で計算なしでは過ごせない社会になった。また 17 世紀には「そろばん」という計算道具も普及し理論的な数学へと関心が向いてきた。そのような日常的な生活の中で生み出されたものが「和算」である。そもそも和算とは洋算（現代数学）とを区別するために作られた言葉である。初めのころは遊び的な問題であったものが、時代とともにだんだんと複雑なものとなっていった。また和算の流派も生まれた。その中で最も大きい流派が関流という関孝和の生んだ流派である。関孝和は天文術を発展させ、筆算で代数方程式を解く独自の「点竄術」を編み出した。

４　証明

消去算とは？

2 種類以上のものがあるときに、それら個々の価格などを求める算術。同じ物の数量をそろえる加減法や、一方を他方に置き換える代入法によって解く。

＊例題＊

みかん１個とりんご１個を買うと、１６０円になる。みかん１個とりんご２個では２５０円になる。みかん１個とりんご１個ではいくらになるか。

解）　和算：　みかんを●、りんごを○とおく。

●＋○＝１６０・・・①
●＋○＋○＝２５０・・・②

上の式から、●＋○が１６０なので、○が２５０－１６０＝９０であるとわかる。
より１６０－９０＝７０である。

洋算：みかんをｘ、りんごをｙとおく。
ｘ＋ｙ＝１６０・・・①
ｘ＋２ｙ＝２５０・・・②
これを解いて、ｘ＝７０、ｙ＝９０

鶴亀算とは？
鶴と亀のように異なる足の数を持つ動物の匹数を全体の匹数と足の数の合計から求める算術。

＊例題＊
鶴と亀が合計で３５匹で、足の数の合計が９４本であるとき、鶴と亀はそれぞれ何匹いるか。
解）　和算：全体を鶴と仮定すると、足の数は７０本。実際は９４本であるので、足の数の差は９４－７０＝２４
鶴と亀の足の数の差は４－２＝２本なので、亀の匹数は２４÷２＝１２匹である。
よって、鶴の匹数は、３５－１２＝２３匹。

洋算：鶴をｘ匹、亀をｙ匹とおく。
ｘ＋ｙ＝３５
２ｘ＋４ｙ＝９４
これを解いて、ｘ＝１２、ｙ＝２３

分配算とは？
ある数量を分配するときに、分配する量の差や倍数に基づき、個々の取り分を求める算術。

＊例題＊
１７００円をA、B、Cの３人で分けるとき、AはBより２５０円多く、BはCより４０円少なくなるように分けた。
それぞれの所持金はいくらか。

解）　和算：Aを基準に考える。
もしほかの２人も同じ金額を持っているとするとBは２５０円多くもらい、Cは２５０－４０＝２１０円多くもらうことになる。
３人の所持金の和＝１７００＋２５０＋２１０
＝２１６０
これはAの金額の３倍である。

２１６０÷３＝７２０
Ｂの所持金は７２０－２５０＝４７０
Ｃの所持金は７２０－２１０＝５１０

洋算：A、B、Ｃの所持金をそれぞれｘ円、ｙ円、ｚ円とおく。
ｘ＋ｙ＋ｚ＝１７００
ｘ－ｙ＝２５０
ｚ－ｙ＝４０

これを解いて、ｘ＝７２０、ｙ＝４７０、ｚ＝５１０

差集算とは？　１つひとつの差が集まって全体の差ができると考えて解く解法

＊例題＊
折り紙を１人に10枚ずつ分けると50枚余り、17枚ずつ分けると６枚不足する。
このときの人数と折り紙を求めよ。

解）
和算：１人に10枚ずつ分けた時と17枚ずつ分けたときの差は50＋6＝56枚一人当たり７枚となる。
だからだから人数は56÷7となり８人。
よって　10×8＋50＝130枚
８人、130枚

洋算：人数をｘ、折り紙の数をｙとおく
ｙ＝10ｘ＋50
ｙ＝17ｘ－6
上記の方程式を代入法によって解くと
ｘ＝8　ｙ＝130

過不足算とは？　差集と同じ

＊例題＊
生徒たちにえんぴつを１人12本ずつ配ると11本余り、15本ずつ配ると７本足りません。
えんぴつは全部で何本ですか？

解）
和算：全体の差が18本で１人３本の差で割ると６人
12×6＋11＝83
６人、　83人

洋算：人数をｘ、えんぴつの数をｙとおく
ｙ＝12ｘ＋11
ｙ＝15ｘ－7
上記の方程式を代入法によって解くと
ｘ＝6　ｙ＝83

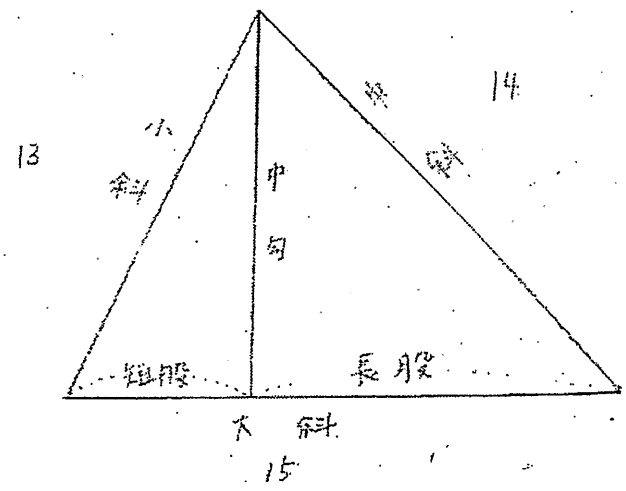
和差算とは？　和差算は、異なる数量の和と差を用いて、それぞれの数量を求める算術です。
①2つの数量
・大きい数量を求める
(和＋差)÷2＝大
・小さい数量を求める
(和－差)÷2＝小

＊例題＊
大小2つの数があります。その和は12、その差は6です。
2つの数はそれぞれいくつですか？

和算：(和＋差)÷2＝大より　(12＋6)÷2＝9・・大　9－6＝3・・小

洋算：大きい方の数をｘ、小さい方の数をｙとおく
ｘ＋ｙ＝12
ｘ－ｙ＝6
上記の連立方程式を解いて
ｘ＝9　ｙ＝3

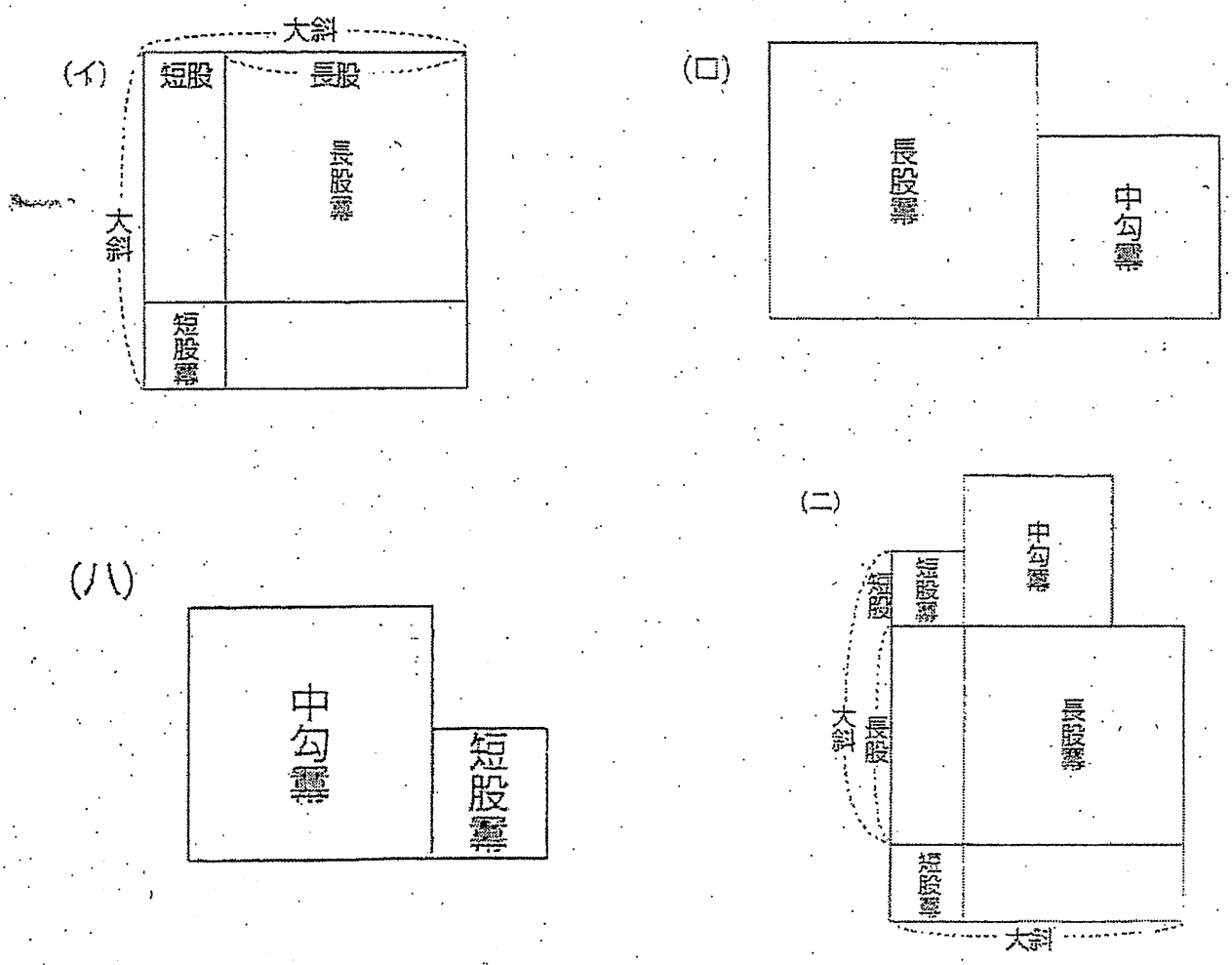
正弦・余弦



和算
問）図のような大斜15寸、中斜14寸、小斜13寸の三角形がある。短股の長さを求めよ。なお、中勾は頂点から大斜に下ろした垂線である。

解）　和算

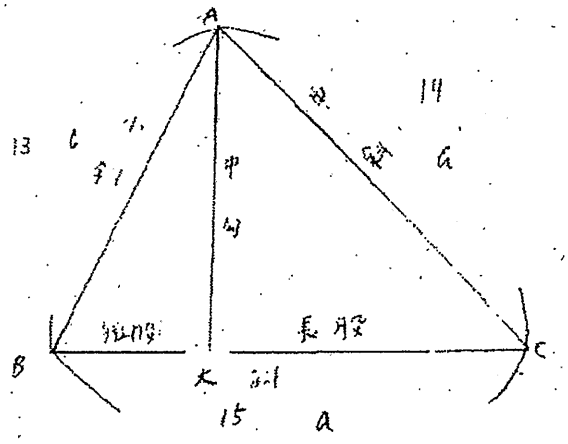
和算では次のような術が用いられている。
大斜^2＋小斜^2—中斜^2＝２大斜・短股　・・・①
この式は次のような４つの図形で説明されている。



（イ）「大斜冪は長股と短股の和冪」
　　大斜^2＝(長股＋短股)^2
（ロ）「中斜冪は長股冪と中勾冪の和」
　　中斜^2＝長股^2＋中勾^2
（ハ）　小斜^2＝中勾^2＋短股^2
（ニ）「大斜冪へ小斜冪を加え中斜冪を引くと図のように２大斜×短股となる」
　　大斜^2＋小斜^2－中斜^2＝２大斜×短股＝２大斜・短股
以上より①が得られる。

①に値を当てはめ、$15^2+13^2-14^2=2\times15\times$短股
短股＝6, 6

洋算）図のように角、辺に文字を置いて考える。



短股 = $c \cdot \cos B$

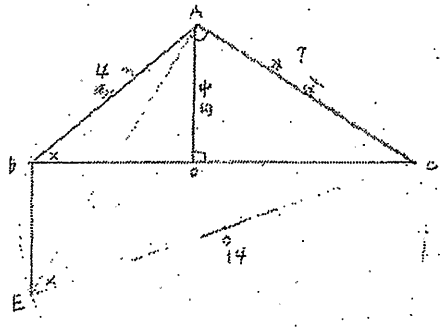
△ABCにおいて 余弦定理より

$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$c \cdot \cos B = \frac{15^2+13^2-14^2}{2 \cdot 15} = 6.6$$

よって、中勾 6.6

問）円内に三角形があり、小斜４寸、中斜７寸、円径１４寸のとき、中勾はいくらか。

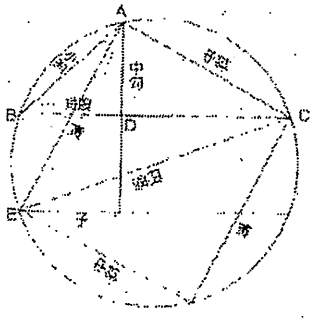


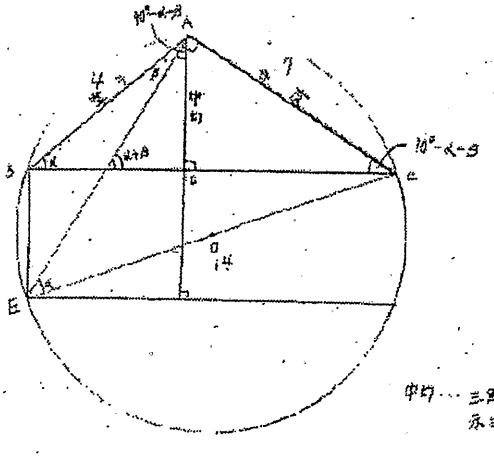
中勾…三角形の高さを示す垂線。

和算）

$$中勾 = \frac{小斜 \times 中斜}{円径} = \frac{4 \times 7}{14} = 2$$

と書かれている。これは次図に上って解説されている。





中勾…三角形の高さを示す垂線。

まず比例によって

質　子＝中斜：中勾

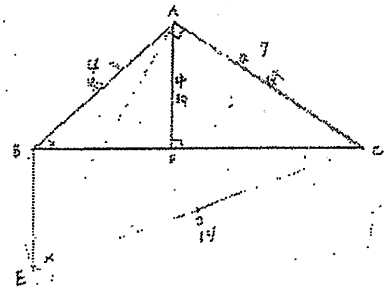
ここで、子＝短股であるので

質：短股＝中斜：中勾

ゆえに、2つの直角三角形ABDとABCは相似になり、

小斜：円径＝中勾：中斜

洋算）



中句…三角形の高さと垂直線。

$$\frac{中句}{小斜} = \sin B \text{ より}$$

△ABCにおいて正弦定理より

$$EC = \frac{B}{\sin B}$$

$$EC = \frac{AC}{\frac{AD}{AB}}$$

$$EC = \frac{AB \cdot AC}{AD}$$

$$AD = \frac{AB \cdot AC}{EC}$$

$$= \frac{4 \times 7}{14} = 2$$

5　結果

（1）和算は消去算、鶴亀算、小学生の問題の解法として使われていた。

（2）前述したような和算で昔は置き換えのために使われていた「甲」「乙」「丙」などの漢字を現代のX、Yに変えることで同じになるものもある。

（3）和算は自然科学から孤立して発展し、科学に活用されにくい弱みがあった。また論証に弱く証明や実験の考えが不足していた。設備も不要でお金もかからない和算は華道や茶道・俳句・将棋のようにゲーム、趣味として発展した。このことが和算の失敗であった。明治時代に入ると西洋の学問が急激にもたらされ、富国強兵のため新設された海軍も洋算を採用した。さらに、数学を物理学・科学・工学などに応用するには、学問間で共通の記号を使う洋算が便利であることから、和算は時代とともに滅び去られた。

6　考察・まとめ

和算はテストや入試のためになされた数学ではなかった。一種の娯楽の感覚で和算を楽しんでいた。和算はお金の計算、土地の測量など実用的算術という感じで発達していたように比べ、洋算は論証や論理として発展してきたように思われる。しかし、研究の中で洋算の証明とは違うが和算だけの証明もあるということがわかった。全く別に発達した和算と洋算だが、その２つは両方とも数学の向上につながった。今では学ぶことがなくなった和算だが、それを通して数学の楽しさを教えてくれるものであると考える。

8　感想

(顔)和算は想像していた以上に複雑で難しかったが、この研究を通して普段使わない和算にふれることができてよかったと思います。

(都田)和算の証明は普段使わない文字などがあって苦戦したが、図形などを使って解けたのでよかった。

(松岡)和算の文字を使わない解法また今とは異なった解法を学ぶことで数学の奥深さを知ることができた。

(梅田)和算は思っていたより現代数学と似たところがあって驚いた。この機会に和算について知ることができて良かった。

(友松)現代数学につながる和算は以外と難しく、戸惑うことが多かったが学ぶことができてよかった。

参考文献　江戸の数学和算　著者　小寺裕
高校数学で挑戦する和算難題　著者　佐藤健一